＜論文（ミクロ経済学）＞

家族内所得移転ゲームにおける リーダーシップの決定要因*

Determinants of leadership in an intra-family transfer game

藤　生　　　裕

要旨

本論文では、2プレーヤー間の純粋なゲームにおいて、どちらのプレーヤーがゲームのリーダーシップをとるのか、その決定要因を分析する。このため、親子間の所得移転ゲームを定式化し、親と子がそれぞれゲームのリーダーとなる均衡が成立する条件を調べる。分析の結果、親子のうち、どちらがゲームのリーダーとなるかどうかは、各主体の選択する変数間の限界代替率が、相手の選択する変数に応じて、どのような振る舞いをするのかに依存することがわかる。その上で、親がゲームのリーダーとなる条件及び子がゲームのリーダーとなる条件を明らかにしている。

キーワード

世代間移転　所得移転ゲーム　スタッケルベルグ均衡

1．はじめに

2プレーヤー間の純粋なゲームにおいて、どちらか一方が相手の行動を考慮した上で自らにとって最適な行動をとり、他方は相手の行動を所与として自らにとって最適な行動をとるケースはスタッケルベルグ均衡（Stackelberg equilibrium）において分析される。スタッケルベルグ均衡では、一方がゲー

＊本研究は、2009年度の千葉経済大学共同研究助成（研究代表者：藤生　裕）に申請された共同研究課題における理論研究の一部を成すものであり、共同研究助成による資金的な援助を得ておこなわれたものであることをここに記す。

ムのリーダー（leader）、他方がフォロアー（follower）となるが、多くの研究では、前もってどちらのプレーヤーがリーダーの役割をもつのかどうか決めて分析している。どちらがゲームのリーダーとなるのか自明でない限りは、どのプレーヤーがリーダーとなるのかについてもモデルの中で内生的に決められるべきだろう。本研究では、このようなことを踏まえ、2 プレーヤー間のゲームにおけるリーダーの決定について分析をおこなっていきたい。

ここでは親と子の間での所得移転ゲームを考える。親子間で所得または時間を移転するゲームでは、プレーヤーの選好や制約が異なるため、それらの違いがゲームの均衡に与える影響も大きいと考えられる[1]。Bernheim, Shleifer, and Summers（1985）は、親子の間に利他性（親から子への利他性、子から親への限定的な利他性）がある場合において、親子間で所得と時間が移転されるゲームを考え、親がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡について分析をおこなっている[2]。しかし、彼らの研究では、親がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡が生じる妥当性については議論されていない。本研究では、彼らの研究と同様、親子間に双方向の利他性があることを仮定した上で、親子の間の所得と時間（ケア）の移転ゲームを考える。分析の結果、親がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡だけでなく、子がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡も生じることが明らかになる。さらに、親子のどちらがゲームのリーダーとなるかどうかは、親の効用関数の性質と子供の効用関数の性質に大きく依存することが明らかになる。

2 プレーヤー間のゲームにおけるゲームのリーダーの内生的決定を分析した研究として、Yano and Komatsubara（2006）がある。この研究は、動学モデルを使い、技術的差異のある 2 企業間でどちらが価格のリーダーシップをとるかどうかを分析している。分析の結果、技術的な優位性をもつ企業の方が価格のリーダーシップを持つことが示されている。彼らの研究では、ある企業が価格づけをおこなうと、他の企業の利潤に影響することから、他の企業の行動を変化させることを前提として、価格のリーダーシップをもつ企業がどちらか

を検証している。本研究では、ある主体の選択が他の主体の最適選択に影響するが、これはYano and Komatsubaraモデルと同じメカニズムとみることができる。本研究において、親子の最適選択を決定づける要素として、選好の性質があげられる。選好の特徴とどちらがゲームのリーダーとなるかの関係について、本研究では分析をおこなっていく。

本研究の構成は以下の通り。第2節では、親子間の所得移転ゲームを定式化し、ゲームのナッシュ均衡を分析する。第3節では、親がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡について考える。第4節では、子供がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡が生じる条件およびその均衡の性質を検証する。第5節では、どちらがゲームのリーダーとなるのかを決定づける要因について議論をおこなう。第6節では、本研究のまとめ及び今後の課題を提示する。

2．親子間の所得移転ゲーム

親と子の間の所得移転ゲームを定式化する。この世界では、親は子供からのケアを必要としているとともに、子供に対して利他的であるため、子供に対して所得移転をしようとする。子供は親に対して利他的であるため、親のケアをしようと考えているが、限られた時間を労働と親のケアに配分する問題に直面している。

親は自分自身の消費c_p、子供から受けるケアa、子供への所得移転xから効用を得る。親は所得yを消費c_pと子供への所得移転xのために費やす。親は、所得yと子供から受けるケアaを所与として、効用を最大にする消費c_pと子供への所得移転xを選択する。親の効用関数をuで表すと、親の最適化問題は次のように定式化できる。

$$\max_{(c_p,\, x)} \quad u(c_p, a, x) \tag{1}$$

$$s.t. \quad c_p + x = y \tag{2}$$

ここで、$u_1>0, u_2>0, u_3>0, u_{11}<0, u_{22}<0, u_{33}<0$とし、また$u_{12}>0, u_{23}>0, u_{31}>0$とする。

子供は自分自身の消費c_cと親に対しておこなうケアaから効用を得る。子供は、賃金率wのもとで、労働時間に応じて所得を得ている。子供は利用可能な時間Tを、労働時間と親のケアに配分する。親のケアは、ケアに充てられた時間に比例すると考えられることから、ここでは親のケア＝ケアの時間と考えることにする。このとき､子供の労働時間は､利用可能な時間から親のケア（時間）を差し引いて、$T-a$ とあらわせることから、子供の労働所得はw（$T-a$）である。また、子供は親から所得移転xを受け取る。子供の効用関数をvで表すことにすると、子供の最適化問題は次のように定式化できる。

$$\max_{(c_c,\, a)} \quad v\,(c_c,\, a,) \tag{3}$$

$$s.t. \quad c_c \leq w\,(T-a\,)+\,x \tag{4}$$

ここで、$v_1>0, v_2>0, v_{11}<0, v_{22}<0$ および $v_{12}=v_{21}>0$ とする。

親の最適化問題と子供の最適化問題について、最適化の一階条件はそれぞれ次のようになる：

$$-u_1(\,y-x, a, x\,)+u_3\,(\,y-x, a, x\,)=0 \tag{5}$$

$$-wv_1\,(w\,(\,T-a)+\,x, a\,)+v_2\,(w\,(\,T-a)+\,x, a\,)=0 \tag{6}$$

親子の所得移転ゲームの均衡を考えよう。上記の親子の最適化問題では、各主体は、他の主体の選択を所与とし、自らの効用が最大となるように自らのもつ手段の選択をおこなっている。つまり､各主体がナッシュ戦略をとっている。このときの均衡はナッシュ均衡として捉えることができ、それは上記 (5) と (6) を満たす「親から子供への所得移転」と「子供が親に対しておこなうケア」の

ペアで表すことができる。これらを、それぞれ、x^*，a^* と書くことにしよう。

図により、このナッシュ均衡を示してみたい。そのため、まず、子供の最適化問題を考える。点Aは、子供の予算制約式 (4) において$x=0$とおいたときに、式 (3) であらわされる効用を最大にする消費（c_c）と親に対しておこなうケア(a)の組み合わせを示している。この効用水準に対応する無差別曲線が図 1 のI_{c0}であらわされている。ここで、点Aと同じ効用水準になる別の点Bを考えよう。点Bは、子供が親に対しておこなうケアを$a=a_0$としたとき、残りの所得 $w(T-a)$に親から受け取る所得移転 $x=x_1$を加えた分だけ消費 $c_c=c_{c0}$をおこなう場合を示している。このとき、(a, x)の組み合わせとして、点Aが示す（a_1, 0）と点Bが示す（a_0, x_1）は子供にとって無差別であるといえる。

この無差別曲線 I_{c0} を (a, x) 平面上に描いたものが図 2 の曲線 I_{c0} である。図 2 の無差別曲線 I_{c0} 上の点A，Bは、それぞれ、図 1 の点A，Bに対応するものである。先述の通り、点Aは親からの所得移転が $x=0$ のときの最適選択を示すが、図 2 で見ると、水平な直線 $x=0$ に無差別曲線が接する点が最適選択を示す点であるとわかる。親からの所得移転が $x=x_1$のときの最適選択は、水平

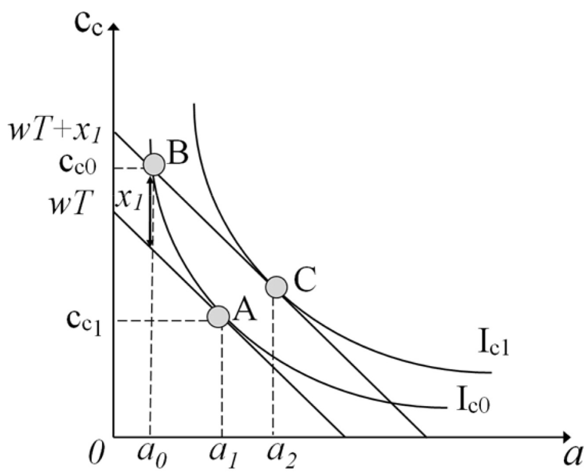

図 1

の直線の $x = x_1$に無差別曲線が接する点Cであらわされる。曲線kは最適選択を示す点の軌跡を描いている。

次に親の行動を図に描いてみよう。親は子供から受け取るケア (a)の量を所与として最適な所得移転額 (x) を決める（所得移転額 x を決めることで、消費c_pも同時に決まる)。子供から受け取るケアが $a = a_1$ のとき、親は効用が最大になるように $x = x_1$ だけ所得移転をおこなう。このとき、親の無差別曲線は図 2 の曲線 I_{p0} のようにあらわすことができる。無差別曲線がこのような形状になるのは、所得移転が $x = x_1$ の水準で最適であるので、これを上回っても下回っても、同一水準の効用を維持するには子供からのケアによる補償をより多く必要とするからである。この最適選択を点Dで示すことにしよう。いま特殊例として、親にとって親自身の消費と子供への所得移転の間の限界代替率が、子供から受け取るケアに依存しないケースを考えよう。この場合、子供から受け取るケアが $a = a_2$ であると、親の最適な所得移転額はやはり $x = x_1$ となる（この場合の無差別曲線は I_{p1} であらわされる)。この最適選択は図 1 と図 2 の点Cとして示される。つまり、図 2 における水平な直線 $x = x_1$ は親の最適選択を示す

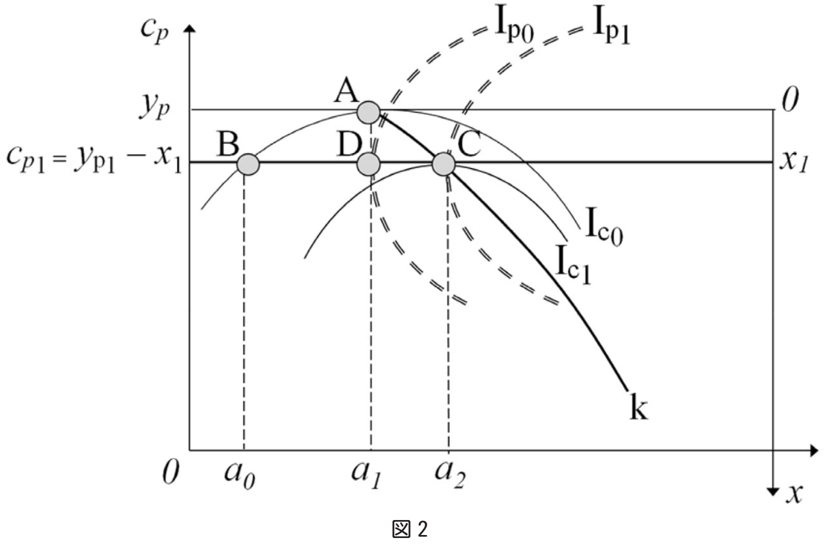

図 2

点の軌跡を描いている。

最後に親子間の所得移転ゲームのナッシュ均衡を図示してみよう。点Cは親のナッシュ戦略を示す条件（$x = x_1$）と子供のナッシュ戦略を示す条件（曲線k）を同時に満たす点である。したがって、点Cはこのゲームにおけるナッシュ均衡（x^*，a^*）を示している。

3．親の戦略的行動

第2節では親子の間の所得移転ゲームを定式化し、ナッシュ均衡により均衡状態を記述した。本節では親の方が子供の行動を考慮した上で最適選択をとるケース、すなわち、スタッケルベルグ均衡において親がリーダー（leader）となるケースを考えてみたい。

本節でも、子供の方は、親からの所得移転を所与として、親におこなうケアの量を最適に決定するという行動をとる。ただし、親の方は、子供のナッシュ戦略を完全に予見した上で、つまり、子供の反応関数を知った上で、最適な所得移転額を決めるといった行動をとるものと変更する。ここでいう子供の反応関数とは、親から子供への所得移転xに対して、子供の行なう親のケアaの最適量を示す関数のことである。

子供の最適化条件 (6) はこの反応関数を陰関数形式であらわしたものと見ることができる。そこで、反応関数の形状を見るために、式 (6) をxとaで全微分し整理し、仮定を考慮すると、

$$\frac{da}{dx} = \frac{-wv_{11}+v_{12}}{-w^2v_{11}+2wv_{12}-v_{22}} \tag{7}$$

となり、仮定より、この値が正であることがわかる。このことは、親から子供への所得移転の増加（xの増加）により、子供から親へのケアが増えること（aの増加）を意味する。それは、親が所得移転額を操作することで、親にとってより望ましいケアの量を子供から引き出すことができることを含意する。

命題１　ナッシュ均衡にあるとしよう。親は子供への所得移転を増やすことにより、子供からより多くのケアを引き出すことができる。

【証明】親が子供の反応関数を考慮した上で最適化行動をとるとき、親にとっての最適化の一階条件は次のようにあらわされる。

$$-u_1(y-x,a,x)+u_2\frac{da}{dx}+u_3(y-x,a,x)=0 \tag{8}$$

この最適化条件を、親がナッシュ戦略をとるときの最適化条件（式 (5)）と比較すると、左辺第２項目が追加されていることがわかる。この項は、親の選択行動に対する子供の反応行動を考慮している部分であり、効用関数 u についての仮定（$u_2>0$）と式 (7)より、その符号は正である。このことから、式 (8) を満たす所得移転額 x_p は、ナッシュ戦略で親がおこなう子供の所得移転額 x^* よりも大きいことがわかる。理由は次のように説明できる。親のナッシュ戦略における２階の最適化条件は負の符号をとることから、式 (5) の左辺において x が x^* よりも大きな値をとるとき、式 (5) の左辺は負の値をとる。また、x_pは

$$-u_1(y-x_p,\ a,\ x_p)+u_3(y-x_p,\ a,\ x_p)=-u_2\frac{da}{dx}<0 \tag{9}$$

を満たす。したがって、x_p は x^*よりも大きな値をとる。式 (7) より、x がより大きな値をとるとき、a もより大きくなることがわかる。このため、$x=x_p$ のとき、子供の最適化条件 (6) を満たす子供が親におこなうケア（これを a_p とおく）は、ナッシュ均衡におけるケア a^* よりも大きくなる。（証明終わり）

親が子供の反応関数を考慮した上で最適選択をおこなう際、そのときの均衡は図３の点Eのようにあらわすことができる。点Eは子供の反応曲線 k に親の無差別曲線（曲線 I_{p2}）が接する点である。図からも確認できるように、ナッシュ均衡（点C）にくらべて、こちらの均衡では親から子供への所得移転だけでなく、

子供から親におこなわれるケアもまたより大きくなっている。

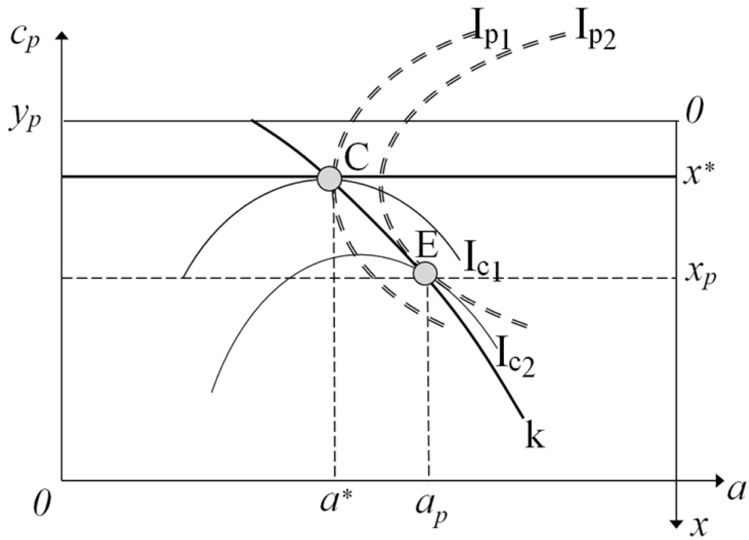

図 3

親の戦略的行動により、ナッシュ均衡のときにくらべ、親は子供からより多くのケアを引き出し、自らの効用を高められるだけでなく、子供の効用も高めることができる。図 3 で見ても、子供の効用はナッシュ均衡のときの無差別曲線I_{c1}から、親が戦略的行動をとる際の子供の無差別曲線I_{c2}へとより高い水準になっていることが確認できる。したがって、親の戦略的行動によって、親と子供はともに厚生を改善できる（パレート改善)。

4．子供の戦略的行動

本節では、子供が親の反応関数を考慮した上で、自らの最適選択をとる場合を考える。これは、すなわち、子供がリーダー（leader)、親がフォロアー(follower)のときのスタッケルベルグ均衡を考えることである。本分析のため、親の反応関数の構造を検討した後、子供の最適選択を考えていく。

親の反応関数とは、ここでは、子供が親におこなうケアの量を、親から子供への最適な所得移転額に写す関数のことを指す。親の最適化の一階条件 (5) は、この親の反応関数を陰関数の形式で示している。それでは、この親の反応関数はどのような構造になっているだろうか。それをみるため、式 (5) をxとaで全微分し、整理すると、

$$\frac{dx}{da}=\frac{-u_{12}+u_{32}}{-u_{11}+2u_{13}-u_{33}} \tag{10}$$

を得ることができ、この微係数の符号により、親の反応曲線の大まかな形状を知ることができる。例えば、式 (10) の符号が 0 の場合を考えよう（$dx/da=0$)。これは、$-u_{12}+u_{32}=0$の場合にのみ成立することから、親にとって自らの消費と子供への所得移転の限界代替率が子供からうけとるケアの量に影響を受けない場合を考えていることを含意する。この場合、親の反応曲線は図 3 のグラフ $x=x_1$ のように水平な直線となるため、子供が親におこなうケアを増やそうとも、親の方は子供への所得移転を変化させることはない。つまり、子供の戦略的行動は何の効果もない。

それでは、今度は式 (10) の符号が負の値をとる場合及び正の値をとる場合はどうであろうか。まず、式(10)の符号が負の場合からを考えよう（$dx/da<0$)。これは、$-u_{12}+u_{32}<0$の場合に成立する。この場合、子供が親におこなうケアを増やすと、親からの所得移転が減少する。その結果、子供の効用水準はかえって低下してしまう。このことから、式 (10) の符号が負の値のときには、子供は戦略的行動をあえてとろうとはしない。

最後に、式(10)の符号が正の場合を考えてみよう（$dx/da>0$)。これは、$-u_{12}+u_{32}>0$ の場合に成立する。この場合、子供が親におこなうケアの増加（ a の増加）により、親から子供への所得移転が増えること（ x の増加）を意味する。このことは、子供がケアの量を操作することで、子供にとってより望ましい所得移転額を親から引き出すことができることを含意する。

命題 2　ナッシュ均衡にあるとしよう。また、$-u_{12}+u_{32}>0$ が成立するものとしよう。このとき、子供は親におこなうケアの量を増やすことにより、親からより多くの所得移転を引き出すことができる。

【証明】子供が親の反応関数を考慮した上で最適化行動をとるとき、子供にとっての最適化の一階条件は次のようにあらわされる。

$$-wv_1(w(T-a)+x,a)+v_1\frac{dx}{da}+v_2(w(T-a)+x,a)=0 \tag{11}$$

この最適化条件を、子供がナッシュ戦略をとるときの最適化条件（式 (6)）と比較すると、左辺第 2 項目が追加されていることがわかる。この項は、子供の選択行動に対する親の反応行動を考慮している部分であり、効用関数 v についての仮定（$v_1>0$）、式（11) 及び $-u_{12}+u_{32}>0$ より、その符号は正である。このことから、式 (11) を満たすケアの量 a_c は、ナッシュ戦略で子供がおこなう親へのケアの量 a^* よりも大きいことがわかる。

この点をもう少し詳しく説明しよう。ナッシュ戦略における子供の最適化の 2 階条件は負であることがわかる。つまり、ナッシュ戦略における最適なケアの量（a^*）を超えて親にケアを提供すると、式 (6) の左辺は負の値をとることになる。他方、子供の戦略的行動を考えると、式 (11) と $v_1(dx/da)>0$ から、式 (11) を満たす子供が親におこなうケア a_c は、

$$-wv_1(w(T-a_c)+x,a_c)+v_2(w(T-a_c)+x,a_c)=-v_1\frac{dx}{da}<0 \tag{12}$$

を満たす。したがって、a_c は a^* より大きな値をとる。このとき、$-u_{12}+u_{32}>0$ の仮定から $dx/da>0$ なので、子供が戦略的行動をとるときの親から子供への所得移転額 x_c はナッシュ均衡のときの最適水準よりも大きくなる（$x_c>x^*$）。（証明終わり）

子供が親の反応関数を考慮した上で最適選択をおこなう際、均衡は図 4 の点

Fのようにあらわすことができる。点Fは親の反応曲線（これを曲線 p であらわす）に子供の無差別曲線（曲線 I_{c3} ）が接する点である。ここで、親の反応曲線 p は、$-u_{12}+u_{32}>0$ の仮定から、a の増加により x も増加する形状をとっている。図４においても、ナッシュ均衡（点C）にくらべて、こちらの均衡（点F）では子供から親へのケアと親から子供への所得移転がともにより大きな値をとるように描かれている。

子供の戦略的行動により、ナッシュ均衡のときにくらべ、子供は親からより多くの所得移転を引き出し、自らの効用を高められるだけでなく、親の効用も高めることができる。これは図４で見ても、親の効用がナッシュ均衡のときの無差別曲線 I_{p1} から、子供が戦略的行動をとる際の親の無差別曲線 I_{p3} へとより高い水準になっていることが確認できる。また、これは親が戦略的行動をとった結果生じる均衡（点E）の状態よりも厚生を改善できている。したがって、この場合には子供の戦略的行動が親と子の双方に支持される。

５．親子間ゲームにおけるリーダーの決定要因

これまで見てきたように、親子間の所得移転ゲームでは、親も子供もともにスタッケルベルグ均衡の概念におけるゲームのリーダーになり得る。どちらがリーダーになるかは、親の反応曲線と子供の反応曲線の形状に依存する。

図３では、親の反応曲線が水平な直線（$x=x^*$）に、子供の反応曲線は右下がりの曲線（曲線 k）になっているが、この場合には親はナッシュ均衡（点C）よりも、自らがリーダーとなって最適選択するほうがより望ましい均衡（点E）になる。他方、この場合、子供は自らがリーダーとなっても親の行動を変えることができないとわかっているのであれば、親の行動を所与として自らの最適選択をおこなう戦略（ナッシュ戦略）を引き続きとるだろう。したがって、このケースでは、親がゲームのリーダーになる均衡が成立する。

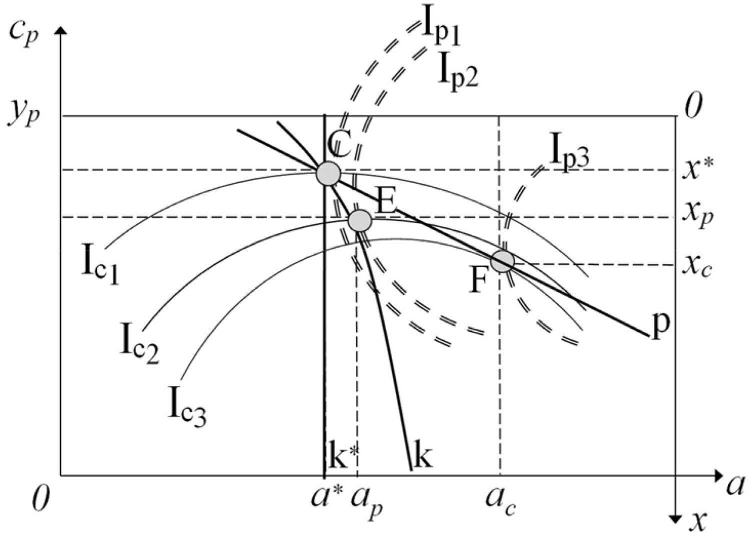

図 4

図 4 では、親の反応曲線 p と子供の反応曲線 k がともに右下がりになっているケースが描かれている。ここでは、子供がゲームのリーダーとなり、つまり、親の反応曲線を考慮した上で自らの最適選択をとることで、ナッシュ均衡（点C）よりも、より望ましい均衡（点F）を達成できることが示されている。点Fは、親にとっても、自らがゲームのリーダーとなって達成できる状態より望ましい状態である。このことから、親は子供の行動を受け入れた上で自らの最適選択をおこなう戦略（ナッシュ戦略）をとるだろう。したがって、このケースでは、子供がゲームのリーダーになる均衡が成立している。

以上のように、親の反応関数及び子供の反応関数の形状が親と子のゲームのリーダーシップの重要な要素になっていることが確認できる。ゲームのリーダーの決定要因を検討するため、親と子の反応関数の形状はどのように決定されるのかについて検討していこう。

本研究のモデルにおいて、親の反応関数の形状を決定している要素は、親にとって自らの消費と子供への所得移転の間の限界代替率（u_1/u_2）の性質である。

より正確に表現するならば､この限界代替率が子供から親が受けるケアの量(a)に対してどのように反応するのか、その程度が重要な決定要素になる。実際、図 3 における親の反応曲線は、この限界代替率が子供からのケアの量に対して影響を受けないという性質がある場合に、水平な直線として描かれている。この限界代替率（u_1/u_3）が子供から受け取るケア (a) の変化によって影響を受けないならば､ケアの限界効用が正（$u_2>0$）である限り､$u_{12}-u_{32}=0$ が成立する。この条件が成立するとき、式 (10) によってあらわされる親の反応曲線の傾きは常に 0 となることから、親の反応曲線が水平な直線の形状をとるのである。

それに対して、親にとって自らの消費と子供への所得移転の間の限界代替率が子供からのケアの量に応じて低下する場合には、親の反応曲線は図 4 の曲線 p のような形状をとる。この限界代替率（u_1/u_3）が子供から受け取るケア (a) の増加により低下するならば、ケアの限界効用が正（$u_2>0$）である限り、$u_{12}-u_{32}<0$ が成立する。このとき、式 (10) であらわされる親の反応曲線の傾きは正となる。それゆえ、親の反応曲線は、図 4 の曲線 p のような右下がりの曲線になる。このようなケースでは、子供からのケアの量が増加すると、親は子供により多くの所得移転をおこなう。そのため、子供は親からより多くの所得移転を引き出すため、自らがおこなうケアの量を戦略的に選択する余地がうまれる。ただし、子供がゲームのリーダーとなるスタッケルベルグ均衡が必ず成立するためには、親がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡と比較しても親と子の厚生がより高い状態になっていることを必要とする。これには、子供の反応曲線の形状が関係してくる。

子供の反応曲線の形状は、子供にとって自らの消費と親におこなうケアの間の限界代替率（v_1/v_2）の性質に依存する。より正確に表現するならば、子供の反応曲線の形状はこの限界代替率が親から子供への所得移転 (x) の増加によりどのように変化するか、その変化の程度に依存する。この程度は、限界代替率 v_1/v_2 を所得移転額 x で微分し、最適化条件を考慮して整理することで、

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{v_1}{v_2}\right)= \frac{wv_{11}-v_{21}}{wv_2} \tag{12}$$

ようにあらわすことができる。

子供がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡が成立するための十分条件として、子供の反応曲線が非弾力的、すなわち、垂直な直線となるケースをあげることができる。このケースは、式 (12) において、$wv_{11}-v_{21}=0$ のときに生じる。なぜなら、この条件が成立するとき、式 (7) であらわされる子供の反応曲線の傾きはこの条件は、子供の消費に関する限界効用が一定である場合に成立する。したがって、子供の消費に関する限界効用が一定の場合、子供の反応曲線は親からの所得移転に非弾力的になり、親の戦略的行動がおこらないため、子供がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡が成立する。図 4 において、曲線 k^* はこのケースにおける子供の反応関数を描いている。子供の反応関数が垂直な直線になると、親にとって最適選択は点C、つまり、ナッシュ均衡の状況である。このため、親は自らがリーダーとなるような戦略的行動をおこなうことはなく、子供がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡（点F）が成立する。

さらに考察を深めてみたい。図 4 において、子供の反応曲線 k が垂直に近づくにつれて、親がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡（点E）はナッシュ均衡（点C）に近づいていくことが容易に想像できる。このため、子供の消費に関する限界効用が一定に近づく場合、式 (12) の $wv_{11}-v_{21}$ の部分はほぼ 0 になり、その結果、子供がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡が生じやすくなる。

命題 3　本研究のモデルにおいて、親の効用関数 u 及び子供の効用関数 v の性質とスタッケルベルグ均衡の間に次のような関係が成立する。

(1)　$-u_{12}+u_{32}=0$ かつ $wv_{11}-v_{21}>0$ のとき、親がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡（点E）が成立する。

(2)　$-u_{12}+u_{32}>0$ かつ $wv_{11}-v_{21}=0$ のとき、子供がリーダーとなるスタッケルベルグ均衡（点F）が成立する。

【証明】上記の議論参照。

以上のようなことから、親子間の所得移転ゲームにおいて、どちらの主体がゲームのリーダーとなり得るのかについては、親にとっての消費と所得移転の間の限界代替率の性質、子供にとっての消費とケアの間の限界代替率の性質が重要な決定要因であることがわかった。

6．おわりに

本研究では、親子間の所得移転ゲームにおいて、親と子のどちらがリーダーとして振舞う均衡が生じやすいのか、また、そのための条件はどのようなものであるのかについて分析をおこなった。分析の結果、親子の効用関数のもつ性質に依存することがわかった。もう少し詳しく説明するならば、親にとっての消費と所得移転の間の限界代替率が子供からのケアに応じてどのように変化するのか、子供にとっての消費とケアの間の限界代替率が親からの所得移転に応じてどのように変化するのかが、このゲームのスタッケルベルグ均衡におけるリーダーを決定づけることが明らかとなった。

このようにある主体にとっての選択変数間の限界代替率が他の主体の行動によってどのように変化するのかどうかが均衡の性質を決めるということは、限界代替率に影響するパラメータによっても均衡の性質がかわってくることを含意する。こちらについての分析は別の研究に譲ることにしたい。

参考文献

[1] Bernheim, B.D., A. Shleifer, and L. H. Summers (1985) "The strategic bequest motive," *Journal of Political Economy* 93(6), 1045-1076.
[2] Brown, M. (2006) "Informal care and the division of end-of-life transfers," *Journal of Human Resources* 41(1), 191-219.
[3] Fujiu, H. and M. Yano (2008) "Altruism as a motive for

intergenerational transfers," *International Journal of Economic Theory* 4(1), 95-114

[4] Yano, M. and T. Komatsubara (2006) "Endogenous price leadership and technological differences," *International Journal of Economic Theory* 2, 365-383.

---

[1] Brown (2006) は、親子間移転ゲームを定式化し、親と子供の最適選択を考えた上で、最終的にはナッシュ均衡が成立することを説明している。

[2] 彼らの研究は一時点での所得移転ゲームを分析している。それに対して、Fujiu and Yano (2008)は、親子間所得移転ゲームを動学的モデルで定式化し、モデルでスタッケルベルグ均衡が成立することを説明している。

（ふじう　ひろし　本学教授）