

ギフト経済における景気循環

藤 生 裕*

1. はじめに

近年における動学的一般均衡分析において、均衡経路が周期変動やカオス的に複雑な変動をする可能性があることが示されている。Nishimura and Yano (1995) は、親が子供に対して利他的である面を捉えたモデル（前方利他性モデル）で特徴づけられる経済において、不確実性が存在しなくても、均衡経路がカオス的な変動を示す可能性を示している^[1]。このような可能性は、均衡動学系の^[2]大域的構造により決定づけられることが明らかにされている（Benhabib and Nishimura (1985)）。

これまでの研究で、世代間利他性モデルにおいて、将来の世代の行動パターンが現在の世代の行動パターンを決定づけるという均衡動学系が示されている。

* 本論文は、1995年から96年にかけて、横浜国立大学における講義「(非線形) 動学とカオス」からアイデアの発端を見出したものであり、当時講義をしていただいた（現在）慶応義塾大学の矢野誠教授には心より感謝いたします。また、作成過程における有意義なアドバイスやコメントをいただいたことに対して、横浜国立大学の國府田桂一教授、秋山太郎教授にお礼を申し上げます。

[1] Nishimura and Yano (1995) は、個人が無限期間生きるという仮定をとっているが、これは、矢野 (1994) で示されるように、1 期間だけ生きる個人が子供に対して利他的であるという仮定（前方利他性の仮定）をとった場合と同じ均衡経路を生む。

[2] このような研究を新古典派モデルにおいておこなった先行研究として、Day (1982) がある。世代重複モデルにおける研究としては、Benhabib and Day (1982), Grandmont (1985) がある。

[3] これは、optimal transition function や dynamic equation などと呼ばれる異時点間の状態変数の関係（値と値の関係）を示す動学系である。詳しくは、矢野 (1994) をみよ。

将来の世代の貯蓄関数の関数形が現在の世代の貯蓄関数の関数形を決定づけることを, Dasgupta (1974) は前方利他性モデルにおいて, Hori (1997) は個人が親と子供の両方に利他的である面を捉えたモデル (両側利他性モデル^[4]) において, それぞれ示している. 藤生 (1999) は, 子供が親に対して利他的である面を捉えたモデル (後方利他性モデル^[5]) によって特徴づけられる経済 (ギフト経済^[6]) において, 子供から親へ向けての所得移転 (ギフト) が子供の所得の関数として記述できる —— ギフト関数と呼ぶ —— ことを提示した上で, 将来の世代のギフト関数の関数形が現在の世代のギフト関数の関数形を決定づけることを示している. このような研究における均衡動学系の大域的構造は, これまでにほとんど研究されていない. 本論文では, こうした研究の出発点として, シンプルな後方利他性モデルにおいて, 均衡動学系の大域的構造を分析し, 均衡経路が周期変動する可能性を示す.

この目的のため, これまでの後方利他性モデルにおける均衡を新たに捉えなおす必要がある. これまでの定義^[7]では, 均衡は, 将来の世代のギフト関数により決定づけられる各世代のギフト関数が, どれも同形であることを求めた. しかし, 本論文において, 将来の世代のギフト関数が与えられたとき, 各世代によって最適に選択されたギフト関数からなる列 (時系列) を均衡 (経路) と定義し, 従来の定義による均衡を定常均衡として捉えなおす. このように均衡の概念を捉えなおすことで, 均衡経路が周期変動する —— ギフト関数の関数形が周期をもって変動する —— 可能性があることを示す.

ギフト関数の変動は, 子供の所得に対する親へ向けてのギフトの割合が変動

[4] 両側利他性モデルの研究として, Hori and Kanaya (1989), Hori (1992) がある.

[5] 後方利他性モデルの研究として, Fujiu (1996), 藤生 (1998) がある.

[6] 後方利他性モデルでは, 子供から親へ向けての所得移転 (ギフト) が生じるという特徴があり, この現象が経済の性質をも決定づける. そのため, 後方利他性モデルで特徴づけられる経済は, ギフト経済と呼ばれる. ギフト経済に関する記述は, O'Connell and Zeldes (1993) をみよ.

[7] 藤生 (1999) をみよ.

することを意味する。子供の所得を決定づける要因として、親が行なう子供への教育投資を通じた子供の人的資本蓄積があるとき、親は子供から受け取るギフトを最適水準にすることを意図して、子供への教育投資を選択する。子供が所得に比してギフトを少なくするならば、親はそれほど子供に教育投資せず、自分の消費にあてるような行動に出るだろう。一方、子供が所得に比して多くをギフトにあてるならば、それに応じて親も十分な教育投資をおこなうだろう。このように、ギフト関数変動するとき、親から子供への教育投資が影響を受け、その結果、人的資本の蓄積速度の変動を通じて経済成長率も変動する——景気循環が生じる。本論文では、人的資本の生産性を一定と仮定しているが、この生産性が上昇をすると、景気循環の振幅が大きくなることを示す。

第2節でモデルを設定し、均衡の定常解、周期解の存在を示す。第3節では、均衡経路の周期により生じる景気循環の特徴をみる。第4節はまとめである。

2. モデル

過去と未来へ無限に続く経済を考える。経済には貯蓄、貯蔵の手段はない。世代は各期末に生まれ、その後の2期間（第1期、第2期）を生きる。各世代とも親に対する利他性（後方利他性）を持って生まれる。このため、親に対する所得移転（ギフト）を行なおうとするだろう。各世代とも第1期にのみ所得がある。第2期においては、所得がなく、また貯蓄、貯蔵はないため、第2期の消費は子供の世代からのギフトのみでまかなわれる。この子供からのギフトは、当然、子供の所得に応じて増えるものだと親の世代は考えるだろう。親が子供に対し教育投資を行えば、子供の人的資本蓄積がすすみ、その結果、子供の所得は高まる。より多くのギフトを受け取りたいと願う親は、子供に対して、相応の教育投資をする。

$t-1$ 期末に生まれる世代を t 世代と呼ぶ。 t 世代は、第1期にのみ所得 y_t があり、これを自分自身の第1期の消費 c_{1t} 、子供（ $t+1$ 世代）への教育投

資 e_{t+1} ，親（ $t-1$ 世代）へのギフト g_t に配分する。第 2 期になると，所得も蓄えもないため，子供から受け取るギフト g_{t+1} で第 2 期の消費 c_{2t+1} をまかなう。 t 世代が $t+1$ 世代に行なった教育投資は，子供の人的資本 h_{t+1} を蓄積し，それを投入して得られる生産物 = $t+1$ 世代の所得 y_{t+1} に影響する。ここでは，単純化のため，

$$h_{t+1} = e_{t+1} \quad (\text{A.1})$$

$$y_{t+1} = (1+r)h_{t+1}, \quad r > 0 \quad (\text{A.2})$$

と仮定する。さらに， t 世代は，子供（ $t+1$ 世代）の所得 y_{t+1} が t 世代の受け取るギフト g_{t+1} に影響すると考えるので，

$$g_{t+1} = g_{t+1}(y_{t+1}) \quad (\text{A.3})$$

と仮定する。これを $t+1$ 世代のギフト関数と呼ぶことにする。以上を踏まえると， t 世代の予算制約条件は次のように記せる。

t 世代の予算制約

$$(\text{第 1 期}) \quad c_{1t} + e_{t+1} + g_{t+1} = y_t \quad (1)$$

$$(\text{第 2 期}) \quad c_{2t+1} = g_{t+1}((1+r)e_{t+1}) \quad (2)$$

t 世代が $t-1$ 世代に利他的である場合の t 世代の効用関数は，

$$U_t = u(c_{1t}) + u(c_{2t+1}) + \beta U_{t-1}, \quad \beta > 0 \quad (3)$$

である。この中で， β は， t 世代のもつ $t-1$ 世代に対する利他性の程度を反映するものであり，その値が大きいほど利他性も大きくなる。(3) の U_{t-1} の部分も，(3) と同様に記述できることから，(3) は

$$U_t = u(c_{1t}) + u(c_{2t+1}) + \beta [u(\bar{c}_{1t}) + u(c_{2t+1}) + \beta \bar{U}_{t-2}] \quad (3')$$

と変形できる。この中で、 t 期においてすでに決定されている変数（上付きのバーのついた変数）は、 t 世代にとっては所与の値であるので、これは t 世代の最適化問題では無視できる。

t 世代の最適化問題

t 世代の所得 y_t と $t+1$ 世代のギフト関数 $g_{t+1}(\cdot)$ を所与としたとき、

$$\begin{aligned} & (C(y_t, g_{t+1}(\cdot)), E(y_t, g_{t+1}(\cdot)), G(y_t, g_{t+1}(\cdot))) \\ & = \operatorname{argmax}_{(c_{1t}, e_{t+1}, g_t)} \{ u(c_{1t}) + u(g_{t+1}((1+r)e_{t+1})) + \beta u(g_t) \} \quad (4) \end{aligned}$$

ここで、 t 世代のギフト関数 $g_t(y_t)$ を考える。上記の最適解の中で、 t 世代がおこなう親（ $t-1$ 世代）へのギフト $G(y_t, g_{t+1}(\cdot))$ は、動学的整合性を保つために、 t 世代のギフト関数 $g_t(y_t)$ で表わされるギフトの値と等しくなければならない。

$$g_t(y) = G(y, g_{t+1}(\cdot)), \quad \forall y \in R_+ \quad (5)$$

任意の t 世代が (5) を満足するように行動しているならば、動学的整合性を保ったギフト関数の列 $\{g_\tau(\cdot)\}_{\tau \in T}$ ($T \equiv (-\infty, \dots, t, \dots, +\infty)$) を得ることができる。これは、ゲーム論における sub-game perfect Nash equilibrium において捉えることができる。

均衡 (sub-game perfect Nash equilibrium)^[8]

$T \equiv (-\infty, \dots, t, t+1, \dots, +\infty)$, $T(t+1) \equiv [t+1, \dots, +\infty)$ と定義する。任意の $t \in T$ をとり、将来の世代のギフト関数列 $\{g_\tau(\cdot)\}_{\tau \in T(t+1)}$ を所与とする。このとき、(5) を満たすようにとられた t 世代のギフト関数 $g_t(y)$ で構成されるギフト関数列 $\{g_\tau(\cdot)\}_{\tau \in T}$ を均衡 (sub-game perfect Nash equilibrium)

[8] (Sub-game) Perfect Nash Equilibrium の概念をつかった研究として、Leininger (1986), Ray (1987) がある。

rium) と呼ぶ。特に, $g_t(\cdot) = g(\cdot) (t \in T)$ であるとき, $g(\cdot)$ を定常均衡と呼ぶ。

均衡において, ギフト関数の関数形が周期をもつような可能性を探ろう。まず, 均衡解が周期をもつということを定義する。

定義 (均衡解の周期性)

均衡のギフト関数列 $\{g_t(\cdot)\}_{t \in T}$ の要素が, 次のような条件を満たすとき, 均衡解は周期 n をもつと呼ぶ:

$$g_t(y) = g_{t+n}(y), g_{t+1}(y) \neq g_{t+n}(y), \dots, g_{t+n-1}(y) \neq g_{t+n}(y), \forall t \in T, \forall y \in R_+.$$

以下では, 均衡において周期解が生じる可能性をみるために, より単純な設定にする。本論文では, 効用関数を相対的危険回避度一定の関数 (CRRA型効用関数) を仮定する。これを仮定することで, まず, 所得に関して linear であるようなギフト関数が定常均衡であることを示す。さらに, ギフト関数の関数形が, linear な関数のクラスにおいて, 周期 (周期 2) をもつことを示す。

仮定

$$u(c) = \frac{c^{1-\rho}}{1-\rho}, \quad 0 < \rho < 1 \quad (\text{A.4})$$

$$g_{t+1}(y_{t+1}) = a_{t+1} \cdot y_{t+1} \quad (\text{A.5})$$

(4) における t 世代の最適化問題の一階条件は,

一階条件

$$c_{1t}^{-\rho} = (a_{t+1} \cdot (1+r) \cdot e_{t+1})^{-\rho} a_{t+1} \cdot (1+r) = \beta g_t^{-\rho} \quad (6)$$

である。(6) と予算制約条件 (1) より, t 世代が行なう親へのギフト $g_t = G(y_t, g_{t+1}(\cdot))$ は,

$$G(y_t, g_{t+1}(\cdot)) = \frac{\beta^{1/\rho}}{1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} a_{t+1}^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho}} \cdot y_t \quad (7)$$

である。これは、均衡において、 t 世代のギフト関数で与えられるギフトの値 $g_t(y_t)$ に等しい。よって、均衡条件は、

$$g_t(y_t) = \frac{\beta^{1/\rho}}{1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} a_{t+1}^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho}} \cdot y_t \quad (8)$$

である。CRRA型の効用関数を仮定すると、所得に関してlinearである $t+1$ 世代のギフト関数に対して、 t 世代の最適なギフト行動、つまり t 世代のギフト関数も所得に関してlinearになる。 t 世代のギフト関数を $g_t(y_t) = a_t \cdot y_t$ と表わすと、

$$a_t = \frac{\beta^{1/\rho}}{1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} a_{t+1}^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho}} \quad (8')$$

が成立する。(8')を満たすようにとられた点列 $\{a_\tau\}_{\tau \in T}$ をとり、それを代入して得られるギフト関数 $g_\tau(y) = a_\tau \cdot y$ の列 $\{g_\tau(\cdot)\}_{\tau \in T}$ が均衡である。さらに、任意の $\tau \in T$ に関して、 $a_t = a$ であるとき、それを代入してえられるギフト関数 $g(y) = a \cdot y$ が定常均衡である。

われわれは、linearな関数形をもつギフト関数の定常均衡が存在するかどうかに関心がある。上記の議論より、(8')を満たす $a_t = a_{t+1} = a$ であるような a が存在すれば、定常均衡が存在する。結論から言うと、(8')を満たす $a_t = a_{t+1} = a$ であるような a は存在する。図1は、横軸に a (a_t, a_{t+1}) をとり、縦軸に (8')の左辺、右辺をとったものである。(8')を満たす $\hat{a}_t = a_{t+1} = a$ であるような a が存在するためには、左辺のグラフと右辺のグラフが $0 < a < 1$ の範囲で交わればよい。左辺のグラフは、原点を通り、傾き1の直線である。右辺のグラフは縦軸切片が $\beta^{1/\rho}/(1 + \beta^{1/\rho})$ で、徐々に逓減する。 $a=0$ のとき、右辺 $= 0 < 左辺 = \beta^{1/\rho}/(1 + \beta^{1/\rho})$ であり、 $a=1$ のとき、右辺 $= 1 > 左辺 = \beta^{1/\rho}/(1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho})$ である。左辺、右辺とも a に関する連続関数であるから、中間値の定理より、右辺=左辺であるような $a^* \in (0, 1)$ が存在

する。

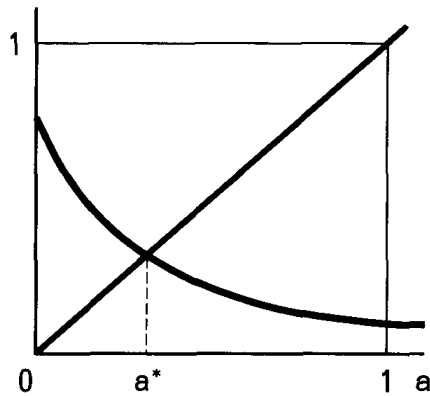


図 1

以上のことから，CRRA 型効用関数を仮定するときには，所得に関して linear なギフト関のクラスにおける定常均衡は

定常均衡

$$g(y) = a^* \cdot y$$

$$\text{where } a^* = \left\{ a \in (0, 1) \mid a = \frac{\beta^{1/\rho}}{1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} a^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho}} \right\} \quad (9)$$

と表わせる。

定常均衡の存在が確立されたとき，次に，われわれは，周期解が存在する可能性を探りたい。しかし，その前に，ギフト関数の構造がどのように決まるかをみてみよう。均衡において，将来の世代がもつギフト関数の構造 $\{a_\tau\}$ ($\tau \geq t+1$) に依存して， t 世代のギフト関数の構造 a_t が決まる。(8') は， a_t が a_{t+1} に対してどう反応するかを表わしたもの—— a_t は a_{t+1} の関数——であると解釈できる。したがって，ギフト関数はバックワード動学の性質を持つ動学方程式（動学関数方程式）として表わされる。ここでのケースでは， $t+1$ 世代のギフト関数に依存して， t 世代のギフト関数が（1）定常均衡へ振動しながら収束，（2）振動しながら発散，（3）周期解の 3 つに分類できる。経済分析の観点からすると，経済が（1）のケースでは，長期間，定常均衡の近傍にいる

のであるから、定常均衡の性質を分析する方が重要である。(2) のケースでは、親へのギフトが 0 ($a_t = 0$)、もしくは自分の所得以上 ($a_t > 1$) になってしまうため、動学的整合性があっても、経済主体にとって合理的な選択ではない。そのため、このケースは無視してよい。^[9] (3) のケースのように、周期解が存在するならば、その性質は、当然、(1)、(2) のケースとは異なるであろう。そこで、われわれは、均衡において (3) のケース——すなわち、周期解——が生じるのか、そして、その性質は如何なるものかに関心をもつ。

まず、(8') から、この動学方程式の構造をみてみよう。(8') における a_t の一階の微係数をとると、 $da_t/da_{t+1} < 0$ である。二階の微係数はパラメータに依存する。仮に $0 < \rho < 0.5$ のケースでは、 $\frac{d}{da_{t+1}} \left(\frac{da_t}{da_{t+1}} \right) < 0$ なので、この動学方程式を図示すると、図 2 (a) のようになる。 $0.5 \leq \rho < 1$ のケースでは、ここまでの議論では明らかなことはいえないが、図 2 (b-1) もしくは (b-2) のようになることがわかる。

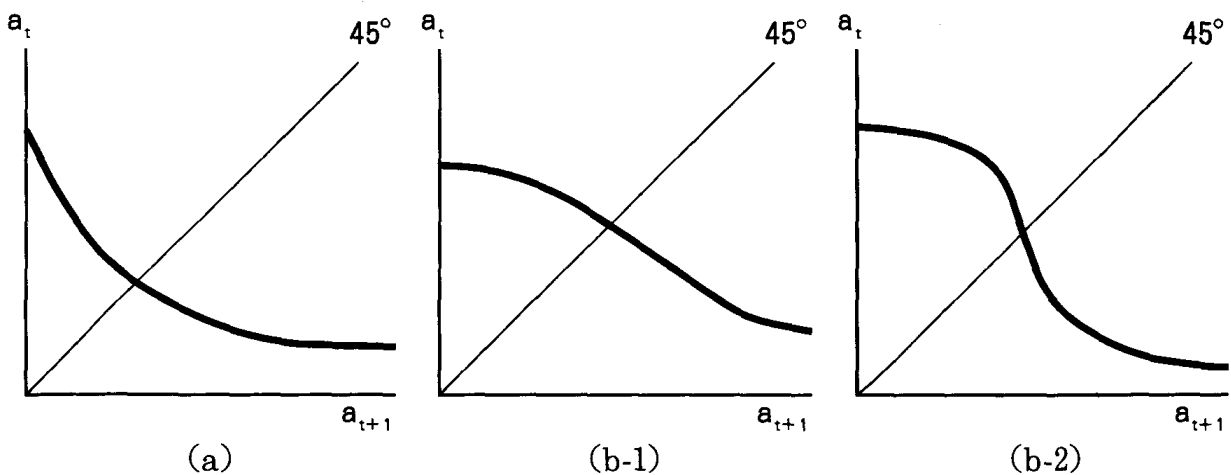


図 2

図 2 (b-1) と (b-2) の違いは、定常均衡（動学方程式のグラフと 45 度線の交点）における動学方程式の傾きである。(b-1) では、傾きの絶対値が 1 未満であり、(b-2) では、それが 1 以上である。すぐ後に示すが、周期解を持つ条件

[9] このケースは、今回例として取り上げたモデルでは生じない。

は、定常均衡値（関数形）における動学方程式の傾きが、絶対値で1を超えることである。このため、(b-1) のケースでは周期解をもたない。さらに、(a) のケースにおいて上記の条件を満たすためには、きわめて高い人的資本生産性が要求される。^[10] これは現実の経済と照らし合わせてみても、あまりふさわしい仮定とはいえない。そこで、以下の分析では、(b-2) を念頭に置いた議論をする。

周期解の存在を示すための準備として、 a_t と a_{t+1} の関係式である (8') と同様に、 a_{t+1} と a_{t+2} の関係式を考え、それを (8') に代入する。そのとき、 a_t と a_{t+2} の関係式は、

$$a_t = \frac{\beta^{1/\rho}}{1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} \left(\frac{\beta^{1/\rho}}{1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} a_{t+2}^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho}} \right)^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho}} \quad (8'')$$

と表わされる。これをもとに（周期2の）周期解の定義をする。

周期解（周期2）の定義

以下の条件を満たす $a_i \in A$ ($i=1, 2$) をとるとき、 $g^i(y) = a_i \cdot y$ ($i=1, 2$) を周期2をもつ周期解と呼ぶ：

$$A = \left\{ a \in (0, 1) \mid a = \frac{\beta^{1/\rho}}{1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} \left(\frac{\beta^{1/\rho}}{1 + ((1+r)^{(1-\rho)/\rho} a^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho})} \right) + \beta^{1/\rho}}, a \neq a^* \right\}$$

この定義による周期2の周期解が存在する可能性を探ろう。上記の (8'') において、 $a_{t+2} = 0$ のとき、 $0 < a_t < a^*$ であり、 $a_{t+2} = 1$ のとき、 $a^* < a_t < 1$ で

[10] (8') において、 $\beta=1$ 、 $\rho=0.5$ のケースを計算してみると、定常均衡における動学方程式の傾きが1を超えるためには、人的資本の生産性 (r) が100を超えていないといけない。

ある。かつ、 $a_{t+2} \in [0, 1]$ の範囲において、 a_t は a_{t+2} に関して連続である。そのため、もし、 $\left. \frac{da_t}{da_{t+2}} \right|_{a_t=a_{t+2}=a^*} > 1$ であれば、 a^* 以外に $a_t = a_{t+2} \equiv a$ なる a が少なくとも 2 つ存在する。これは、 a_t を a_{t+2} で表わした関数（動学方程式）が、 a^* 以外に 2 つの不動点をもつことを意味するから、このような解が存在することは、図 3 の第 1 象元をみれば明らかである。

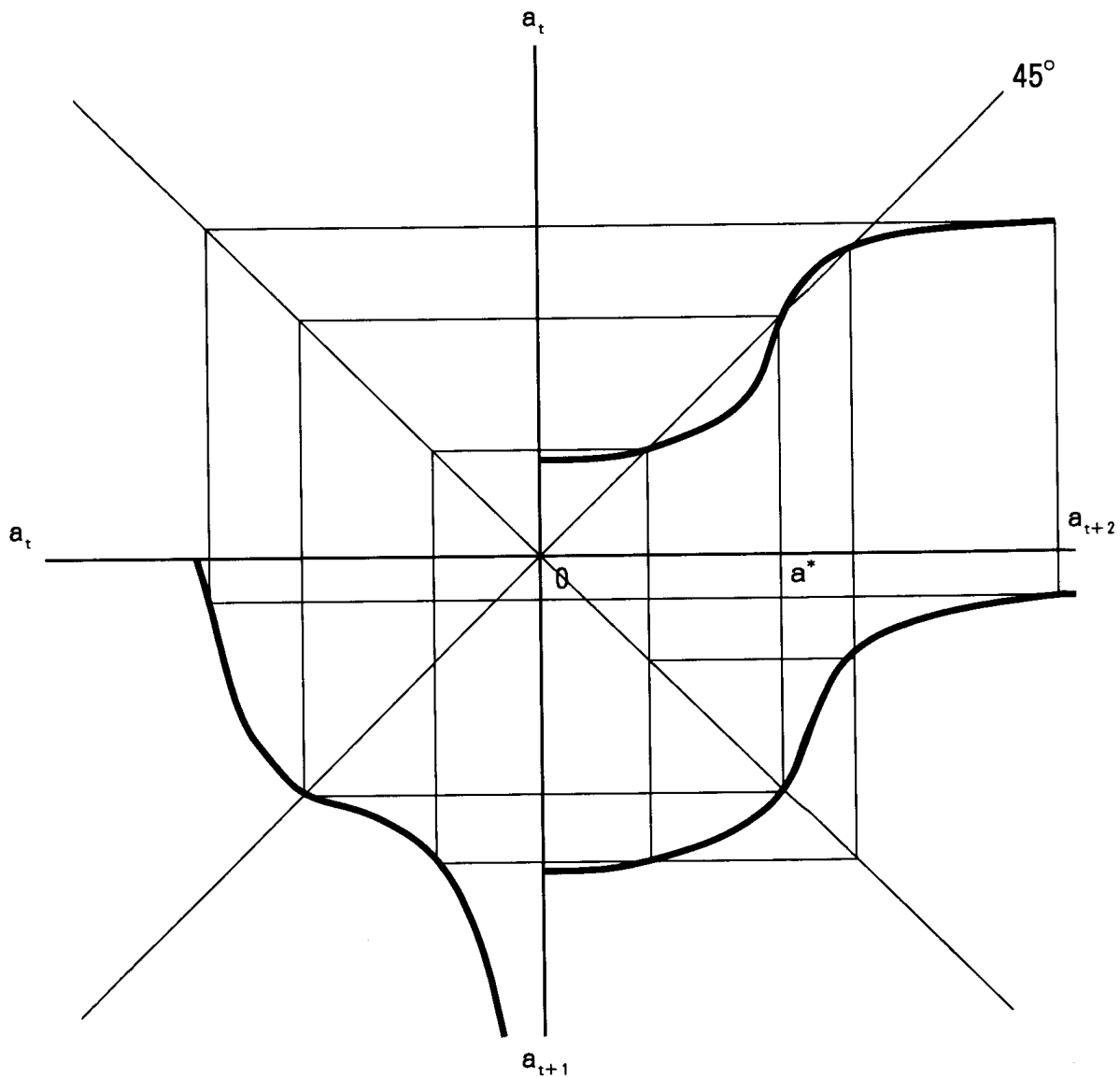


図 3

さらに、 $\left. \frac{da_t}{da_{t+2}} \right|_{a_t=a_{t+2}=a^*} > 1$ であるためには、 $\left| \left. \frac{da_t}{da_{t+1}} \right|_{a_t=a_{t+1}=a^*} \right| > 1$ が成立すれば十分である。図 3 の第 3 象元、第 4 象元にみられるように、定常均衡 a^*

における傾きの絶対値が1を超えていれば、定常均衡の近傍にある値は、それが動学方程式で写像されることでより大きく反応する。もとの値を写像すると、1回目よりも2回目の方がより大きく反応するので、定常均衡 a^* の傾きがより急になる。したがって、(8')の動学方程式において、定常均衡 a^* での傾きの絶対値が1をこえる(拡大的である)とき、(8'')の動学方程式における定常均衡での傾きは1をこえる。

命題

(8')の動学方程式において、(9)で定義される定常均衡における微係数

$$\left. \frac{da_t}{da_{t+1}} \right|_{a_t = a_{t+1} = a^*} = \frac{-\beta^{1/\rho}(1+r)^{(1-\rho)/\rho} \left(\frac{1-\rho}{\rho} \right) \cdot a_{t+1}}{\left[1 + (1+r)^{(1-\rho)/\rho} a_{t+1}^{(1-\rho)/\rho} + \beta^{1/\rho} \right]^2} \quad (10)$$

の絶対値が1をこえるとき、周期解が存在する。

3. 景気循環

ギフト関数の関数形についての動学方程式は、(8')においてみられるような構造を持つ。親の教育投資が子供の人的資本を蓄積し、その結果、子供の所得を高めるので、子供が所得に比して多くギフトをおくるとき、親は子供への教育投資を増やして、受け取るギフトを増やそうとする。一方、子供が所得に比して少ないギフトを親へおくるとき、親は子供に対しあまり教育投資をせず、代わりに自分の親へ向けてのギフトを増やす。このような繰り返しが生じるとき、ギフト関数は周期変動をする。

ギフト関数が均衡において周期をもつときの特徴をみる。このとき、周期解は、

$$g_t(y) = \begin{cases} a_1 \cdot y_t & \text{if } t = 2s \\ a_2 \cdot y_t & \text{if } t = 2s + 1 \end{cases}, \quad s \in T \equiv (-\infty, \dots, +\infty) \quad (11)$$

と表わせる。ギフト関数が周期をもつとき、子供への教育投資にもその影響がある。(11)のギフト関数に基づいて、教育投資を表わすと、次のようになる。

$$e_{t+1} = \begin{cases} e_1 \cdot y_t & \text{if } t = 2s \\ e_2 \cdot y_t & \text{if } t = 2s + 1 \end{cases}, \quad s \in T$$

where (12)

$$e_1 \equiv \beta^{-1/\rho} (1+r)^{(1-\rho)/\rho} a_2^{(1-\rho)/\rho} a_1$$

$$e_2 \equiv \beta^{-1/\rho} (1+r)^{(1-\rho)/\rho} a_1^{(1-\rho)/\rho} a_2$$

ここで、一般性を失うことなく、 $a_1 > a_2$ と仮定する。このとき、(11)で与えられるギフト、(12)で与えられる教育投資に関しては、

$$a_1 \cdot y_t > a_2 \cdot y_t$$

$$e_1 \cdot y_t > e_2 \cdot y_t$$

という関係が成立する。^[11]

これは、 t 世代が、子供への教育投資を増やそうとするときには、その分、親へのギフトを減らし、逆に、子供への教育投資を減らして、その分を親へのギフトにあてるというメカニズムが働いていることを意味する。つまり、ギフト関数が周期を持つ場合には、親へのギフトと子供への教育投資は、カウンターサイクルとなる。

子供への教育投資は、子供の人的資本を蓄積し、結果として、子供の所得に影響する。仮に、 t 世代が $t+1$ 世代に対して $e_{t+1} = e_1 \cdot y_t$ の教育投資を行なうとする。このとき、 $t+1$ 世代の所得は $y_{t+1} = (1+r) \cdot e_1 \cdot y_t$ である。(12)

[11] $0 < a_2 < a_1 < 1$ であり、かつ、 $0 < \rho < 1$ である。このとき、

$$\frac{a_2^{(1-\rho)/\rho} a_1}{a_1^{(1-\rho)/\rho} a_2} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{1/\rho} < 1$$

が成立する。よって、 $e_1 < e_2$ である。

で与えられるように、所得に占める教育投資割合は周期をもっているので、 $t+1$ 世代は $t+2$ 世代に対して $e_{t+2}=e_2 \cdot y_{t+1}$ の教育投資をおこなう。その結果、 $t+2$ 世代の所得は $y_{t+2}=(1+r) \cdot e_2 \cdot y_{t+1}$ である。ここで、 t 世代と $t+1$ 世代の間での所得の成長率（grossの成長率）と、 $t+1$ 世代と $t+2$ 世代の間のそれとを比較してみると、

$$\frac{y_{t+1}}{y_t} = (1+r) \cdot e_1 < (1+r) \cdot e_2 = \frac{y_{t+2}}{y_{t+1}}$$

である。(12)に見られるように、所得に占める教育投資比率が e_1 と e_2 の間でサイクルしているので、当然、上の所得の成長率もサイクルする。所得の成長率は経済成長率を意味するから、経済成長率に関して、

$$\frac{y_{t+1}}{y_t} = \begin{cases} (1+r) \cdot e_1 & \text{if } t = 2s \\ (1+r) \cdot e_2 & \text{if } t = 2s+1 \end{cases}, s \in T \quad (13)$$

というサイクルの構造があるといえる。このサイクルは、人的資本生産性 r の大きさに依存しており、 r が大きいほど、 $(1+r) \cdot e_1$ と $(1+r) \cdot e_2$ のギャップが大きくなる。^[12]

以上のことをまとめると次のようになる。均衡において、ギフト関数に周期解が生じる場合、経済成長率にサイクルが生じる——経済に景気循環が生じる。さらに、人的資本の生産性 r が大きいほど、サイクルの振幅が大きくなる。

4. おわりに

子供が親に対して利他的である個人がいる経済では、個人が後方利他的であるほど、リスク中立的であるほど、均衡においてギフト関数が周期解をもつ可能性が高いことを示した。経済において、ギフト関数が周期解を持つとき、ギ

[12] r の変化は、 e_1 と e_2 の値に影響するが、ともに $e_1, e_2 \in [0, 1]$ であるから、 r が1ポイント以上変化する場合には、 e_1 と e_2 の値に関係なく、サイクルの振幅は大きくなる。

フトとはカウンターシクリカルな景気循環が生じる。景気循環は、人的資本生産性が高いほど、その振幅が大きくなる。このことから、この経済では、景気の拡大期に経済成長率が高いほど、景気後退期の落ち込みも大きくなる。これは、現実の経済における景気循環の性質を説明するものと見ることができるだろう。

参考文献

- Benhabib, J. and R. H. Day (1982), "A Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generations Model," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 4, 37-55.
- Benhabib, J. and K. Nishimura (1985), "Competitive Equilibrium Cycles," *Journal of Economic Theory*, 35, 284-306.
- Dasgupta, P. (1974), "On Some Alternative Criteria for Justice between Generations," *Journal of Public Economics*, 3, 405-423.
- Day, R. H. (1982), "Irregular Growth Cycles," *American Economic Review*, 72, 406-414.
- Fujiu, H. (1996), "Intergenerational Transfer, Education Investment, and Development," Master Dissertation, Graduate School of Economics in Yokohama National University.
- Grandmont, J. M. (1985), "On Endogenous Competitive Business Cycles," *Econometrica*, 53, 5, 995-1045.
- Hori, H. and S. Kanaya (1989), "Utility Functionals with Nonpaternalistic Intergenerational Altruism," *Journal of Economic Theory*, 49, 241-265.
- Hori, H. (1992), "Utility Functionals with Nonpaternalistic Intergenerational Altruism: The Case Where Altruism Extend to Many Generations," *Journal of Economic Theory*, 46, 451-467.
- Hori, H. (1997), "Dynamic Allocation in an Altruistic Overlapping Generations Economy," *Journal of Economic Theory*, 73, 292-315.
- Leininger, W. (1986), "The Existence of Perfect Equilibria in a Model of Growth with Altruism between Generations," *Review of Economic Studies*, 53, 349-367.
- Nishimura, K. and M. Yano (1995), "Nonlinear Dynamics and Chaos in

- Optimal Growth: an example," *Econometrica*, 63, 4, 981-1001.
- O'Connell, S. A. and P. Zeldes (1993), "Dynamic Efficiency in the Gift Economy," *Journal of Monetary Economics*, 31, 363-379.
- Ray, D. (1987), "Nonpaternalistic Intergenerational Altruism," *Journal of Economic Theory*, 41, 112-132.
- 藤生 裕 (1998), 「後方利他性モデルにおける世代間所得移転のメカニズム」, 横浜国際開発研究, 3, 1, 49-56.
- 藤生 裕 (1999), 「後方利他性モデルにおける均衡の存在」, 千葉経済論叢, 19, 55-79.
- 矢野 誠 (1994), 「一般均衡理論の動学的展開 —— 安定性とカオスをめぐって —— 」, 現代の経済理論 (第6章), 岩井克人・伊東元重編, 東京大学出版会.

(ふじう ひろし 本学専任講師)